Tentamen Discrete Structuren

vrijdag 28 juni 2002, 9 - 12 uur

Elke opgave levert maximaal 10 punten op. Het cijfer is (p/10) + 1, afgerond op gehele en halve waarden, waarbij p het totaal aantal behaalde punten is. Er is geen vrijstelling op grond van toetsresultaten.

NB. Beargumenteer je antwoorden.

1. Bewijs mbv. een lineair geannoteerd bewijs:

$$(p \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r))$$

2. Bewijs met volledige inductie over N:

$$\sum_{i=0}^{n}(i+3) = (n+1)(n+6)/2$$

3. Bewijs: $\sqrt{2}$ is irrationaal.

4. a. Definieer: propositie p is een invariant van de loop `while g do S`.
   b. m, n zijn gehele getallen. Laat zien dat $n \geq 0$ een invariant is van

```
while  m > 0  do
n := n * (n + m)
```

5. Geef een expliciete formule voor s_n, gegeven door

$$\begin{aligned} s_0 &= 0 \\ s_1 &= 1 \\ s_n &= -s_{n-1} + s_{n-2} \quad \text{voor} \quad n \geq 2 \end{aligned}$$

6. Deze opgave gaat over eindige ongerichte grafen G.
   a. Wat is een Euler-circuit in G?
   b. Formuleer de stelling van Euler die aangeeft wanneer G een Euler-circuit heeft.

7. $(X, \leq)$ is een partieel geordende verzameling, met $x, y, z \in X$. Geef definities (in logische notatie) van de volgende begrippen.
   a. x is maximaal element in X.
   b. x is het grootste element van X.
   c. x is bovengrens van y en z.
   d. x is kleinste bovengrens van y en z.

8. Bewijs mbv. een geannoteerd lineair bewijs

$$(\exists x p(x) \rightarrow \forall x q(x)) \Rightarrow \forall x(p(x) \rightarrow q(x))$$

9. a. Geef een definitie van het begrip *aftelbaar oneindig.*
   b. Laat zien dat $\mathbf{Z}$, de verzameling gehele getallen, aftelbaar is.